

שיטות סטטיסטיות א

פרק 26 - דיאגרמת עצים - נוסחת ביס ונוסחת ההסתברות השלמה

תוכן העניינים

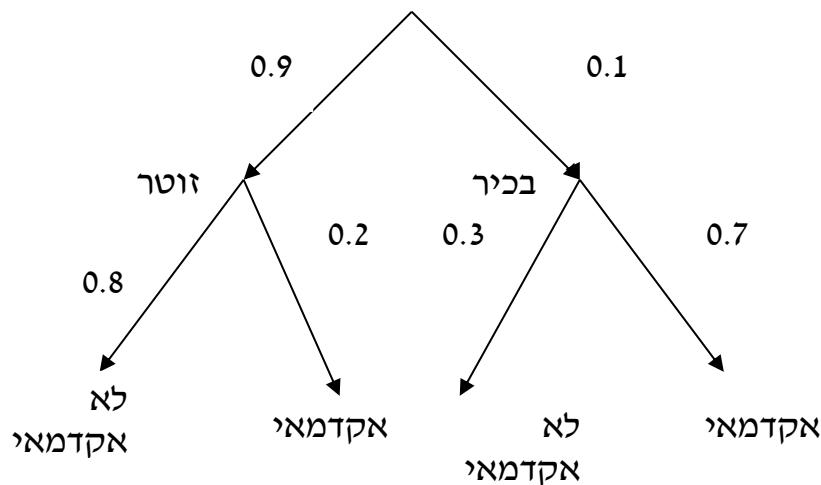
1. כללי

דיאגרמת עצים – נוסחת הביס והסתברות השלמה:

נשתמש בשיטה זו כאשר יש תרגיל שבו התרחשויות המאורעות היא בשלבים, כך שכל תוצאה של כל שלב תלולה בשלב הקודם, פרט לשלב הראשון:

דוגמה :

בחברה מסוימת 10% מוגדרים בכירים והיתר מוגדרים זוטרים. מבין הבכירים 70% הם אקדמיים ומ בין הזוטרים 20% הם אקדמיים. נشرط עז שיתאר את הנתונים, בשלב הראשון של העץ אינו מותנה בכללם ואילו השלב השני מותנה בשלב הראשון.



כדי לקבל את הסיכוי לענף מסוים נכפיל את כל ההסתברויות על אותו ענף.
נבחר אדם באקראי מתוך חברה.

- 1) מה הסיכוי שהוא בכיר אקדמי ? $0.1 \cdot 0.7 = 0.07 = 0.07$.
- 2) מה הסיכוי שהוא זוטר לא אקדמי ? $0.9 \cdot 0.8 = 0.72 = 0.72$.

כדי לקבל את הסיכוי לכמה ענפים נחבר את הסיכויים של כל ענף
(רק אחרי שבתווך הענף הכפלו את ההסתברויות).

- 3) מה הסיכוי שהוא אקדמי ? $0.25 + 0.9 \cdot 0.2 = 0.25 + 0.18 = 0.43$.
- 4) נבחר אקדמי מה ההסתברות שהוא עובד זוטר?

מדובר כאן על שאלה בהסתברות מותנה ולכן נשתמש בעיקרונו של הסתברות

$$\text{מותנה : } P(zutar | academay) = \frac{0.9 \cdot 0.2}{0.25} = \frac{0.18}{0.25} = 0.72$$

נוסחת ההסתברות השלמה:

בהינתן B , מאורע כלשהו, וחלוקת של מרחב המדגמים Ω ל- A_1, \dots, A_n כך ש- $\Omega = \bigcup_i A_i$,

$$\text{אזי: } P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P\left(\frac{B}{A_i}\right)$$

נוסחת בייס:

$$\cdot P\left(\frac{A_j}{B}\right) = \frac{P(A_j)P\left(\frac{B}{A_j}\right)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P\left(\frac{B}{A_i}\right)}$$

שאלות:

- 1)** בשקית סוכריות 4 סוכריות תות ו-3 לימון. מוצאים באקראי סוכריה.
אם היא בטעם תות אוכלים אותה ומוצאים סוכריה נוספת, ואם היא בטעם לימון מחזירים אותה לשקית ומוצאים סוכריה נוספת.
א. מה ההסתברות שהסוכריה הראשונה שהוצאה בטעם תות והשנייה בטעם לימון?
ב. מה ההסתברות שהסוכריה השנייה בטעם לימון?
- 2)** באוכלוסייה מסוימת 30% הם ילדים, 50% בוגרים והיתר קשיים. לפי נתוני משרד הבריאות הסיכוי שילד יחלה בשפעת משך החורף הוא 80%, הסיכוי שמבוגר יחלה בשפעת משך החורף הוא 40% והסיכוי שקשיש יחלה בשפעת משך החורף הוא 70%.
א. איזה אחוז מהאוכלוסייה הינו קשיים שלא יחלו בשפעת משך החורף?
ב. מה אחוז האנשים שיחלו בשפעת משך החורף?
ג. נבחר אדם שחלה משך החורף בשפעת, מה ההסתברות שהוא קשיש?
ד. נבחר ילד, מה ההסתברות שהוא לא יחלה בשפעת משך החורף?
- 3)** בצד א' 5 כדורים כחולים ו-5 כדורים אדומים. בצד ב' 6 כדורים כחולים ו-4 כדורים אדומים. בוחרים באקראי כד, מוצאים ממנו כדור ומבליל להחזירו מוצאים כדור נוסף.
א. מה ההסתברות שני ה כדורים שייצאו יהיו בצבעים שונים?
ב. אם ה כדורים שהווצאו הם בצבעים שונים, מה ההסתברות שהכדור השני שהווצה יהיה בצבע אדום?
- 4)** חברת סלולר מסוגת את לקוחותיה לפי 3 קבוצות גיל: נוער, בוגרים ופנסיונרים. נתון כי: 10% מה לקוחות בני נוער, 70% מה לקוחות בוגרים והיתר פנסיונרים. מתוך בני הנוער 90% מחזיקים בסמארט-פון, מתוך האוכלוסייה הבוגרת ל-70% יש סמארט-פון ומתוך אוכלוסיית הפנסיונרים 30% מחזיקים בסמארט-פון.
א. איזה אחוז מלקוחות החברה הם בני נוער עם סמארט-פון?
ב. נבחר לקוח אקראי ונטען שיש לו סמארט-פון. מה ההסתברות שהוא פנסיון?
ג. אם ללקוח אין סמארט-פון, מה ההסתברות שהוא לא בן נוער?

- (5) כדי להתקבל למקום עבודה יש לעבור שלושה מבחנים. המבחנים הם בשלבים, ככלומר לאחר כישלון במבחן מסוים אין אפשרות לגשת למבחן הבא אחריו. 70% מהמטופדים עוברים את המבחן הראשון. מתוכם, 50% עוברים את המבחן השני. מבין אלה שעוברים את המבחן השני 40% עוברים את המבחן השלישי.
- מה ההסתברות להתקבל לעבודה?
 - מועדן לא התקבל לעבודה. מה ההסתברות שהוא נכשל במבחן הראשון?
 - מועדן לא התקבל לעבודה. מה ההסתברות שהוא עבר את המבחן השני?
- (6) משרד הבריאות פרסם את הנתונים הבאים:
- מתוך אוכלוסיית הילדים והנוער 80% חולמים בשפעת בזמן החורף.
מתוך אוכלוסיית המבוגרים (עד גיל 65) 60% חולמים בשפעת בזמן החורף.
30% מההתושבים הם ילדים ונוער. 50% הם מבוגרים. היתר קשיישים.
כמו כן נתון ש68% מהאוכלוסייה תחלה בשפעת בחורף.
- מה אחוז החולים בשפעת בקרב האוכלוסייה הקשישה?
 - נבחר אדם שלא חלה בשפעת, מה ההסתברות שהוא לא קשיש?
- (7) רצאר שנמצא על החוף צריך לקלוט אנייה הנמצאת ב-1-4 האזוריים : A, B, C, D, E.
אם האנייה נמצאת באזור A הרצאר מזזה אותה בסיכון 0.8, סיכון זה פוחת ב-0.1 ככל שהאנייה מתקרבת באזור. כמו כן נתון שהסתברות חצי האנייה נמצאת באזור D, בהסתברות 0.3 באזור C, באזור B היא נמצאת בסיכון 0.2, אחרת היא נמצאת באזור A.
- מה הסיכון שהאנייה מתגלה ע"י הרצאר?
 - אם האנייה התגלתה ע"י הרצאר, מה ההסתברות שהיא נמצאת באזור C?
 - אם האנייה התגלתה ע"י הרצאר, מה הסיכון שהיא לא נמצאת באזור B?
- (8) סימפטום X מופיע בהסתברות של 0.4 במחלה A, בהסתברות של 0.6 במחלה B ובಹסתברות של 0.5 במחלה C. סימפטום X מופיע אך ורק במקרים הללו, אדם לא יכול לחנות בו יותר ממחלה אחת מפני המחלות הללו. קלינייקה מגיעים אנשים כדלקמן: 8% חולמים במחלה A, 10% במחלה B, 2% במחלה C והיתר בריאות. כמו כן נתון שבמחלה A, סימפטום X מתגלה בסיכון של 80%, ובמחלות C, B הסימפטום מתגלה בסיכון של 90% בכל מקרה.
- מה ההסתברות שאדם הגיע לקלינייקה וגילו אצל סימפטום X?
 - אם התגלה אצל אדם סימפטום X, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה A?
 - אם לאדם יש את סימפטום X, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה A?
 - אם לא גילו אצל אדם את סימפטום X, מה ההסתברות שהוא בריאות?

9) סטודנט ניגש לבחן אמריקאי. הסיכוי שהוא יודע תשובה לשאלה מסוימת הוא P , ואם הוא לא יודע את התשובה הוא מוחש. במקרה הוא עונה על השאלה. נתון של שאלה יש k תשבות אפשריות.
אם הסטודנט ענה נכון על השאלה, מה הסיכוי שהוא ידע אותה?

תשובות סופיות:

.0.2 .ד	.0.241 .ג	.58% .ב.	.6% .א. (1)
		.0.5 .ב.	.0.544 .א. (2)
		.0.09375 .ב.	.9% .א. (3)
	.0.9722 .ג	.0.3488 .ב.	.0.14 .א. (4)
	.0.2442 .ג	.0.8125 .ב.	.70% .א. (5)
	.0.7543 .ג	.0.3158 .ב.	.0.57 .א. (6)
.0.8778 .ד	.0.3137 .ג	.0.2889 .ב.	.0.0886 .א. (7)
			. $\frac{kp}{1+p(k-1)}$ (8)